Università degli Studi di Siena, Corso di Laurea in Fisica
Prova d'esame di Fisica 2 – 03/02/2021

Nota: la valutazione della prova tiene conto della correttezza dei risultati analitici e numerici (attenzione ai segni, alle cifre significative ed alle unità di misura!) e della chiarezza dell'esposizione della soluzione. Spiegare sinteticamente la strategia di soluzione seguita, giustificare i principali passaggi e definire esplicitamente i simboli usati, anche con l'aiuto di figure (sistemi di riferimento, ecc.)

Esercizio 1

Un protone p e un antiprotone $\bar{p}$ si trovano nelle posizioni $\mathbf{r}_p = (1.0, -2.0, 3.0) \times 10^{-14}$ m e $\mathbf{r}_{\bar{p}} = (-5.0, 7.0, -11) \times 10^{-14}$ m. Schematizzando le due particelle come distribuzioni di carica uniformi di raggio $R_p = R_{\bar{p}} = 1.0$ fm si calcoli:

a) il campo elettrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}_p)$ alla posizione del protone;

b) l'energia elettrostatica d'interazione $U_{\mathrm{e,int}}$ delle due particelle;

c) l'energia elettrostatica totale $U_{\mathrm{e,tot}}$ del sistema.

Svolgimento:

a)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_p) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{\bar{p}}}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{\bar{p}}|^3} = (-15.6, 23.4, -36.4)\ \mathrm{V/fm}, \qquad E(\mathbf{r}_p) = 46.0\ \mathrm{V/fm}$$

dove $e = 1.60^{-19}$ C e $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m;

b)

$$U_{\mathrm{e,int}} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{\bar{p}}|} = -1.30\ \mathrm{fJ} = -8.13\ \mathrm{keV};$$

c) l'energia elettrostatica $U_0(Q_0, R_0)$ di una distribuzione di carica uniforme di densità ϱ, raggio R_0 e carica totale Q_0 è data da

$$U_0(Q_0, R_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{R_0} \frac{\varrho^2 \frac{4}{3}\pi R^3\, 4\pi R^2}{R}\, dR = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{3}{5}\frac{Q_0^2}{R_0}.$$

L'energia totale delle due particelle è quindi

$$U_{\mathrm{e,tot}} = 2U_0(e, R_p) + U_{\mathrm{e,int}} = 275\ \mathrm{fJ} = 1.72\ \mathrm{MeV}.$$

Esercizio 2

Un neutrone n e un antineutrone $\bar{n}$ si trovano nelle posizioni $\mathbf{r}_n = (1.0, -2.0, 3.0) \times 10^{-14}$ m e $\mathbf{r}_{\bar{n}} = (-5.0, 7.0, -11) \times 10^{-14}$ m con i momenti magnetici allineati all'asse z ($m_n = m_{\bar{n}} = 9.7 \times 10^{-27}$ Am^2). Si calcoli:

a) il campo magnetico $\mathbf{B}(\mathbf{r}_n)$ alla posizione del neutrone;

b) il momento della forza $\boldsymbol{\tau}$ che agisce sul neutrone;

c) l'energia magnetica di interazione $U_{\mathrm{m,int}}$ delle due particelle.

Svolgimento:

a) Posto $\mathbf{r} = \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{\bar{n}}$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_n) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\mathbf{m}_{\bar{n}} \cdot \mathbf{r})\,\mathbf{r} - \mathbf{m}_{\bar{n}}\, r^2}{r^5} = (141, -212, 154)\ \mathrm{kT}, \qquad B(\mathbf{r}_n) = 297\ \mathrm{kT}$$

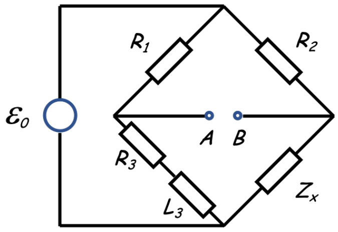
dove $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m;

b)

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m}_n \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_n) = (2.05, 1.37, 0) \times 10^{-21}\ \mathrm{Nm}, \qquad \tau = 2.47 \times 10^{-21}\ \mathrm{Nm};$$

c)

$$U_{\mathrm{m,int}} = -\mathbf{m}_n \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}_n) = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\mathbf{m}_n \cdot \mathbf{r})\,(\mathbf{m}_{\bar{n}} \cdot \mathbf{r}) - \mathbf{m}_n \cdot \mathbf{m}_{\bar{n}}\, r^2}{r^5} = -1.49 \times 10^{-21}\ \mathrm{J} = -9.33\ \mathrm{meV}.$$



Esercizio 3

Nel ponte di Wheatstone in figura la differenza di potenziale tra A e B è nulla per qualsiasi frequenza del generatore con i seguenti valori degli elementi circuitali: $R_1 = 247\ \Omega$, $R_2 = 137\ \Omega$, $R_3 = 107\ \Omega$, $L_3 = 157$ mH. Si determini l'elemento circuitale incognito.

Svolgimento: La condizione di equilibrio è

$$\frac{R_1}{R_3 + i\omega L_3} = \frac{R_2}{\hat{Z}_x} \qquad \longrightarrow \qquad \hat{Z}_x = \frac{R_2}{R_1}(R_3 + i\omega L_3).$$

L'elemento circuitale incognito è quindi un'induttanza

$$L_x = \frac{R_2}{R_1} L_3 = 87.1 \text{ mH}$$

in serie ad una resistenza

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_3 = 59.3\ \Omega.$$