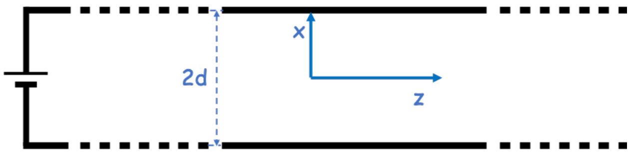
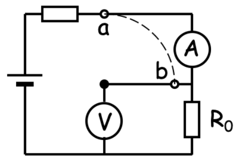
Università degli Studi di Siena, Corso di Laurea in Fisica
Prova d'esame di Fisica 2 – 07/09/2020

Nota: la valutazione della prova tiene conto della correttezza dei risultati analitici e numerici (attenzione ai segni, alle cifre significative ed alle unità di misura!) e della chiarezza dell'esposizione della soluzione. Spiegare sinteticamente la strategia di soluzione seguita, giustificare i principali passaggi e definire esplicitamente i simboli usati, anche con l'aiuto di figure (sistemi di riferimento, ecc.)





Esercizio 1

Due fili conduttori rettilinei indefiniti di diametro $2a = 1.1$ mm corrono paralleli ad una distanza (centro–centro) $2d = 3.1$ cm e sono mantenuti ad una differenza di potenziale $\Delta V = 230$ V. Si determini:

a) l'espressione del campo elettrico $\mathbf{E}$ nel piano dei fili;

b) le cariche per unità di lunghezza λ_- e λ_+ presenti sui fili;

c) la capacità per unità di lunghezza γ del sistema;

d) le forze elettriche per unità di lunghezza $\mathbf{f}_-$ e $\mathbf{f}_+$ che i due fili si scambiano.

Svolgimento:

a) Nel piano dei fili il campo $\mathbf{E}$ ha la sola componente ortogonale ai fili stessi. Poniamo l'origine del sistema di riferimento a mezza strada tra i due fili, con il filo negativo a $x = -d$ e il positivo a $x = d$. Trascurando le deviazioni dalla simmetria cilindrica delle due distribuzioni di carica, ed essendo $\lambda_- = -\lambda_+$

$$E_x(x) = E_{x,-} + E_{x,+} = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi\epsilon_0}\left[\dfrac{\lambda_-}{x+d} + \dfrac{\lambda_+}{x-d}\right] = \dfrac{1}{\pi\epsilon_0}\dfrac{\lambda_+ d}{(x^2-d^2)} & \text{fuori dei fili,} \\ 0 & \text{all'interno dei fili;} \end{cases}$$

dove $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m;

b)

$$\Delta V = -\int_{-d+a}^{d-a} E_x(x)\,dx = \frac{\lambda_+}{\pi\epsilon_0}\ln\frac{2d-a}{a} \qquad \longrightarrow \qquad \lambda_+ = \frac{\pi\epsilon_0\Delta V}{\ln\dfrac{2d-a}{a}} = 1.59 \text{ nC/m};$$

c)

$$\gamma = \frac{\lambda_+}{\Delta V} = 6.98 \text{ pF/m};$$

d)

$$\mathbf{f}_- = \lambda_-\mathbf{E}_+(-d,0,z) = -\mathbf{f}_+ = -\lambda_+\mathbf{E}_-(d,0,z) = \frac{\lambda_+^2}{4\pi\epsilon_0 d}\,\hat{\mathbf{x}} = \frac{\pi\epsilon_0\,\Delta V^2}{4d\left[\ln\dfrac{2d-a}{a}\right]^2} = 736\ \hat{\mathbf{x}} \text{ nN/m}.$$

Esercizio 2

Nel circuito in figura, con $R_0 = 143\ \Omega$ le letture dei due strumenti con il deviatore nelle due posizioni sono $V_a = 14.3$ V, $I_a = 91.6$ mA, e $V_b = 13.0$ V, $I_b = 98.6$ mA. Si determinino i valori R_V e R_A delle resistenze interne dei due strumenti.

Svolgimento:

$$R_A = \frac{V_a}{I_a} - R_0 = 13.1\ \Omega; \qquad \frac{1}{R_V} = \frac{I_b}{V_b} - \frac{1}{R_0} \qquad \longrightarrow \qquad R_V = 1690\ \Omega.$$

Esercizio 3

Si supponga che i due fili dell'Esercizio 1 siano perfettamente conduttori e percorsi da una stessa corrente $I = 130$ mA nei due versi, con densità costante sulle sezioni dei fili. Si determini:

a) l'espressione del campo di induzione magnetica $\mathbf{B}$ nel piano dei fili;

b) l'induttanza per unità di lunghezza χ del sistema, trascurando il campo all'interno dei fili;

c) le forze magnetiche per unità di lunghezza $\mathbf{f}_-$ e $\mathbf{f}_+$ che i due fili si scambiano.

Svolgimento:

a) Nel piano dei fili il campo $\mathbf{B}$ ha la sola componente ortogonale ai fili stessi:

$$B_y(x) = B_{y,-} + B_{y,+} = \begin{cases} -\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\dfrac{1}{x+d} - \dfrac{1}{x-d}\right] = \dfrac{\mu_0}{\pi}\,\dfrac{Id}{(x^2-d^2)} & \text{fuori dei fili,} \\[2ex] -\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\dfrac{(x+d)}{\pi a^2} - \dfrac{1}{x-d}\right] & \text{nel filo negativo,} \\[2ex] -\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\dfrac{1}{x+d} - \dfrac{(x-d)}{\pi a^2}\right] & \text{nel filo positivo,} \end{cases}$$

dove $\mu_0 = 4\pi\,10^{-7}$ H/m;

b) per una lunghezza z unitaria

$$\chi = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0}{\pi}\ln\frac{2d-a}{a} = 1.61\ \mu\text{H/m};$$

c)

$$\mathbf{f}_- = -I\,\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{B}_+(-d,0,z) = -\mathbf{f}_+ = -I\,\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{B}_-(d,0,z) = -\frac{\mu_0 I^2}{4\pi d}\,\hat{\mathbf{x}} = -54.5\ \hat{\mathbf{x}}\ \text{nN/m}.$$