Università degli Studi di Siena, Corso di Laurea in Fisica
Prova d'esame di Fisica 2 – 14/04/2022

Nota: la valutazione della prova tiene conto della correttezza dei risultati analitici e numerici (attenzione ai segni, alle cifre significative ed alle unità di misura!) e della chiarezza dell'esposizione della soluzione. Spiegare sinteticamente la strategia di soluzione seguita, giustificare i principali passaggi e definire esplicitamente i simboli usati, anche con l'aiuto di figure (sistemi di riferimento, ecc.)

Esercizio 1

Si consideri il campo elettrico

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{A}{L^2 + z^2}\,\hat{\mathbf{z}}$$

dove $A = 1.3$ V·mm e $L = 0.29$ mm.

a) Si calcoli la densità di carica $\varrho(\vec{\mathbf{r}})$ e se ne specifichi il valore nel punto $\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{P}} = (L, 2L, 3L)$;

b) un elettrone di carica $-e$ e massa m lasciato libero, da fermo, nella posizione $\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{P}}$, a quale moto sarà soggetto? Si specifichino le costanti del moto (esempi: per un moto periodico, ampiezza e periodo; per un moto non limitato, la velocità finale; per un moto smorzato, la costante di tempo; etc.).

Svolgimento:

a)

$$\varrho(\vec{\mathbf{r}}) = \varrho(z) = \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial z} = -\epsilon_0 \frac{2Az}{(L^2+z^2)^2}, \qquad \varrho(\vec{\mathbf{r}}_{\mathrm{P}}) = \varrho(3L) = -\frac{3\epsilon_0 A}{50L^3} = -28.3\ \mu\mathrm{C/m^3}$$

dove $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m;

b) moto accelerato con accelerazione monotona nel verso negativo dell'asse z:

$$a_z(z) = -\frac{eE_z(z)}{m}$$

dove $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C e $m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg. Per il teorema delle forze vive

$$v(-\infty) = \sqrt{2\int_{z_{\mathrm{P}}}^{-\infty} a_z\,dz} = \sqrt{-\frac{2eA}{Lm}\int_3^{-\infty}\frac{1}{1+\xi^2}\,d\xi} = \sqrt{\frac{2eA}{Lm}\left[\frac{\pi}{2} + \arctan(3)\right]} = 2.11 \times 10^6\ \mathrm{m/s}.$$

Esercizio 2

Un solenoide toroidale è costituito di $N_p = 290$ spire avvolte su un anello di un materiale ferromagnetico vergine e percorse da una corrente I. L'anello ha lunghezza media $L = 37$ cm e una sezione $S = 1.3$ cm^2. Sul toroide è presente anche un avvolgimento secondario di $N_s = 5$ spire collegate ad un galvanometro balistico, di resistenza elettrica complessiva $R = 7.3\ \Omega$. In corrispondenza dell'aumento della corrente nel primario in passi $\Delta I = 200$ mA si registrano i seguenti valori di carica Δq_i nel galvanometro:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δq_i (microcoulomb)	6.23	4.45	3.74	2.94	2.23	2.05	1.60	1.51	1.07	0.89

a) Si disegni la curva di prima magnetizzazione del materiale;

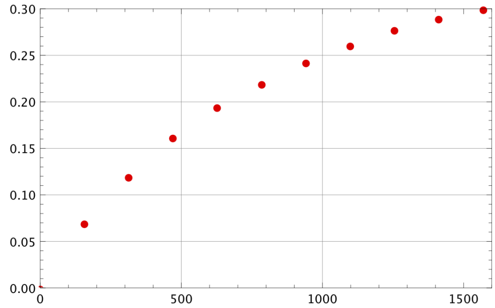
b) si calcoli l'intensità della magnetizzazione M raggiunta dal materiale.

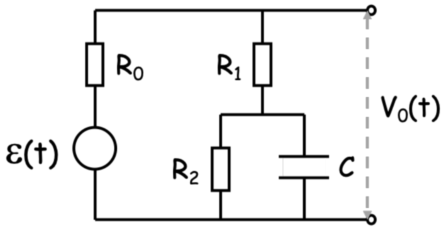
Svolgimento:

a) A ciascun incremento della corrente ΔI corrisponde un incremento del campo H nel materiale $\Delta H = N_p \Delta I / L = 157$ A·spira/m. I corrispondenti incrementi del campo magnetico ΔB_i inducono effetto Faraday nel circuito secondario generando i passaggi di carica $\Delta q_i = N_s S \Delta B_i / R$.

b)

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{R}{\mu_0 N_s S}\sum_i \Delta q_i - 1.57\ \mathrm{kA\cdot spira/m} = 237\ \mathrm{kA/m}.$$





Esercizio 3

Nel circuito in figura $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$ con $\mathcal{E}_0 = 24$ V, $R_0 = 0.47$ kΩ, $R_1 = 33\ \Omega$, $R_2 = 7.9$ kΩ e $C = 13\ \mu$F. Si calcolino:

a) le correnti erogate dal generatore $\hat{I}(0)$ e $\hat{I}(\infty)$ a frequenze zero e infinito e le corrispondenti tensioni di uscita $\hat{V}_0(0)$ e $\hat{V}_0(\infty)$;

b) le espressioni dell'impedenza del circuito $\hat{Z}(\omega)$ e della corrente $\hat{I}(\omega)$;

c) le espressioni del modulo della tensione di uscita $|\hat{V}_0(\omega)|$ e della sua fase $\phi(\omega)$; si calcoli la frequenza ν_0 per la quale $\phi(\nu_0)$ è minima e il valore di $\phi(\nu_0)$.

Svolgimento:

a)

$$\hat{I}(0) = \frac{\mathcal{E}_0}{R_0 + R_1 + R_2} = 2.86 \text{ mA}, \qquad \hat{I}(\infty) = \frac{\hat{\mathcal{E}}}{R_0 + R_1} = 47.7 \cos \omega t \text{ mA},$$

$$\hat{V}_0(0) = \mathcal{E}_0 \frac{R_1 + R_2}{R_0 + R_1 + R_2} = 22.7 \text{ V}, \qquad \hat{V}_0(\infty) = \hat{\mathcal{E}} \frac{R_1}{R_0 + R_1} = 1.57 \cos \omega t \text{ V};$$

b)

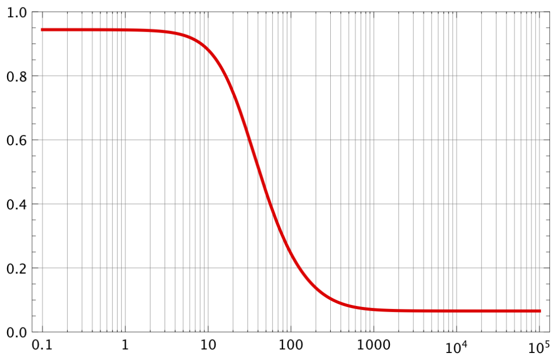
$$\hat{Z}(\omega) = R_0 + R_1 + \frac{R_2}{1 + i\omega R_2 C}, \qquad \hat{I}(\omega) = \frac{\hat{\mathcal{E}}}{\hat{Z}} = \frac{\mathcal{E}_0(1 + i\omega R_2 C)}{(R_0 + R_1)(1 + i\omega R_2 C) + R_2};$$

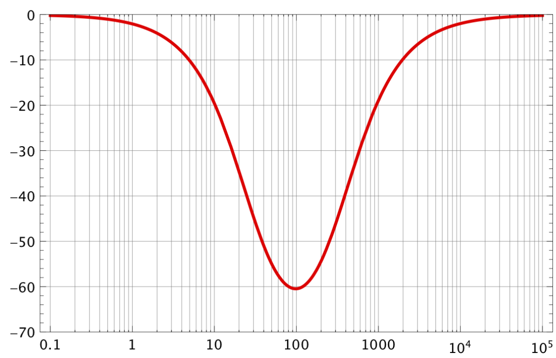
c)

$$|\hat{V}_0(\omega)| = \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^2 + (\omega R_1 R_2 C)^2}{(R_0 + R_1 + R_2)^2 + [\omega(R_0 + R_1) R_2 C]^2}},$$

$$\phi = \arctan\left[\frac{\omega R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}\right] - \arctan\left[\frac{\omega(R_0 + R_1) R_2 C}{R_0 + R_1 + R_2}\right],$$

$$\frac{d\phi}{d\omega} = 0 \qquad \longrightarrow \qquad \nu_0 = \frac{1}{2\pi R_2 C}\sqrt{\frac{(R_1 + R_2)(R_0 + R_1 + R_2)}{R_1(R_0 + R_1)}} = 98.2 \text{ Hz}, \qquad \phi(\nu_0) = -60.5°.$$


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.1
1
10
100
1000
10^4
10^5


0
−10
−20
−30
−40
−50
−60
−70
0.1
1
10
100
1000
10^4
10^5