

Università degli Studi di Siena, Corso di Laurea in Biotecnologie
Prova d'esame di Fisica nelle Scienze della Vita – 12/07/2019

Nota: la valutazione della prova tiene conto della correttezza dei risultati analitici e numerici (attenzione ai segni, alle cifre significative ed alle unità di misura!) e della chiarezza dell'esposizione della soluzione. Spiegare sinteticamente la strategia di soluzione seguita, giustificare i principali passaggi e definire esplicitamente i simboli usati, anche con l'aiuto di figure (sistemi di riferimento, ecc.)

Problema 1

Un blocco di massa $m = 2.5$ kg si trova su un piano orizzontale privo di attrito agganciato a due molle contrapposte di massa trascurabile e di costanti elastiche $k_1 = 10$ N/m e $k_2 = 20$ N/m. Si calcoli:

- la compressione Δx_2 della seconda molla quando il corpo è in equilibrio e la prima molla è compressa di $\Delta x_1 = -2$ cm;
- la forza totale F_{tot} sul blocco se il corpo è ulteriormente spostato dalla posizione di equilibrio di $\Delta x = -2$ cm verso la prima molla;
- la frequenza di oscillazione ν del corpo.

Svolgimento:

a)

$$\Delta x_2 = -k_1 \Delta x_1 / k_2 = 1 \text{ cm};$$

b)

$$F_{\text{tot}} = -k_1(\Delta x_1 + \Delta x) - k_2(\Delta x_2 + \Delta x) = 0.60 \text{ N};$$

c)

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = 0.551 \text{ Hz}.$$

Problema 2

Un corpo di massa $m = 87$ g è sospeso ad una fune inestensibile e di massa trascurabile. La fune è avvolta attorno ad una puleggia di raggio $R = 12.5$ cm e momento d'inerzia $I = 7.3 \times 10^{-3}$ kg·m². Sul sistema agisce un momento d'attrito volvente $\tau_a = 3.4 \times 10^{-3}$ N·m. Con il sistema libero di muoversi partendo da fermo, la fune si svolge senza strisciare, trascinando la puleggia. Si calcolino:

- la tensione T della fune;
- la velocità angolare ω della puleggia quando il peso è sceso di una quota $z = 0.75$ m e la fune si stacca dalla puleggia;
- il tempo t durante il quale il volano rallenta fino a fermarsi.

Svolgimento:

a) Durante la caduta del grave, le equazioni del moto del peso e del moto del volano sono

$$mg - T = ma = m\alpha R \quad \text{e} \quad RT - \tau_a = I\alpha$$

dove a è l'accelerazione del corpo, α l'accelerazione angolare del volano e $g = 9.81$ m/s². Da queste si ricava

$$T = \frac{mgI + mR\tau_a}{I + mR^2} = 0.724 \text{ N};$$

b)

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{\sqrt{2az}}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{2 \left(g - \frac{T}{m} \right) z} = 12.0 \text{ rad/s};$$

c) dall'istante in cui la fune si stacca dalla puleggia l'equazione del moto del volano è $-\tau_a = I\alpha'$. Quindi

$$t = -\frac{\omega}{\alpha'} = \frac{I\omega}{\tau_a} = 25.7 \text{ s}.$$

Problema 3

In un volume cilindrico a pareti adiabatiche di sezione $S = 157 \text{ cm}^2$ sono contenute $n = 0.10$ moli di un gas ideale biatomico alla temperatura $t_0 = 0.0^\circ\text{C}$. Il cilindro è chiuso in alto a tenuta da un pistone mobile con attrito trascurabile di massa $m = 1.5 \text{ kg}$. Sulla faccia superiore del pistone agisce la pressione atmosferica p_{atm} ; la faccia inferiore dista inizialmente d_0 dal fondo del recipiente. Somministrando al gas una quantità di calore Q , il pistone si solleva di una quantità $\Delta d = 3.5 \text{ cm}$. Si calcolino:

- la distanza iniziale d_0 ;
- la temperatura t_{fin} del gas dopo il riscaldamento;
- la variazione ΔU di energia interna del gas e la quantità di calore Q fornita.

Svolgimento:

- L'equazione di stato del gas ideale si scrive come

$$\left(p_{\text{atm}} + \frac{mg}{S}\right) Sd_0 = nR(t_0 + 273^\circ\text{C})$$

dove $p_{\text{atm}} = 101 \text{ kPa}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ e $R = 8.31 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$, da cui

$$d_0 = \frac{nR(t_0 + 273^\circ\text{C})}{p_{\text{atm}}S + mg} = 0.141 \text{ m};$$

- essendo la trasformazione isobara, si ha

$$t_{\text{fin}} = (t_0 + 273^\circ\text{C}) \frac{d_0 + \Delta d}{d_0} - 273^\circ\text{C} = 67.6^\circ\text{C};$$

-

$$\Delta U = nc_V(t_{\text{fin}} - t_0) = n \frac{5}{2} R t_{\text{fin}} = 140 \text{ J},$$

$$Q = nc_P(t_{\text{fin}} - t_0) = n \frac{7}{2} R t_{\text{fin}} = 197 \text{ J}$$

con c_V il calore specifico molare di un gas biatomico a volume costante, e c_P il calore specifico molare a pressione costante.