

Università degli Studi di Siena, Corso di Laurea in Biotecnologie  
Prova d'esame di Fisica nelle Scienze della Vita – 07/06/2019

*Nota: la valutazione della prova tiene conto della correttezza dei risultati analitici e numerici (attenzione ai segni, alle cifre significative ed alle unità di misura!) e della chiarezza dell'esposizione della soluzione. Spiegare sinteticamente la strategia di soluzione seguita, giustificare i principali passaggi e definire esplicitamente i simboli usati, anche con l'aiuto di figure (sistemi di riferimento, ecc.)*

### Problema 1

Una massa  $m = 0.50$  kg è appesa all'estremità di un filo inestensibile e di massa trascurabile di lunghezza  $L = 1.0$  m. La massa ruota uniformemente descrivendo una circonferenza orizzontale di raggio  $r = 20$  cm. Si calcoli:

- la tensione  $F_T$  del filo;
- la velocità  $v$  della massa;
- il periodo  $T$  dell'orbita.

Svolgimento:

Le forze che agiscono sulla massa  $m$  sono la gravità e la tensione del filo. La loro somma giace nel piano orizzontale ed è la forza centripeta  $F_c = mv^2/r$  che genera il moto rotatorio:  $\vec{F}_T + m\vec{g} = \vec{F}_c$ . L'angolo di (semi)apertura del cono è dato da

$$\theta = \arcsin \frac{r}{L} = 11.5^\circ.$$

Di conseguenza

a)

$$F_T = \frac{mg}{\cos \theta} = 5.01 \text{ N};$$

b) essendo  $F_c = mg \tan \theta$

$$v = \sqrt{rg \tan \theta} = 0.633 \text{ m/s};$$

c)

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g \tan \theta}} = 1.99 \text{ s}.$$

### Problema 2

Un ciclista di massa  $m = 70$  kg (compresa bicicletta) percorre partendo da fermo una distanza  $d = 50$  m in un tempo  $t = 8.3$  s, con accelerazione costante. Trascurando la resistenza dell'aria si calcolino:

- la forza orizzontale  $F_B$  che agisce sulla bicicletta;
- la potenza media  $P_i$  sviluppata dal ciclista nei primi 2 s;
- la potenza media  $P_f$  sviluppata dal ciclista negli ultimi 2 s.

Svolgimento:

a)

$$F = ma = m \frac{2d}{t^2} = 102 \text{ N};$$

b) essendo l'accelerazione costante, la velocità media coincide con la velocità al centro dell'intervallo, quindi

$$P_i = F \cdot \langle v \rangle = \frac{2md}{t^2} \cdot \frac{2d}{t^2} (1 \text{ s}) = 147 \text{ W};$$

c) analogamente

$$P_f = \frac{2md}{t^2} \cdot \frac{2d}{t^2} (7.3 \text{ s}) = 1.08 \text{ kW};$$

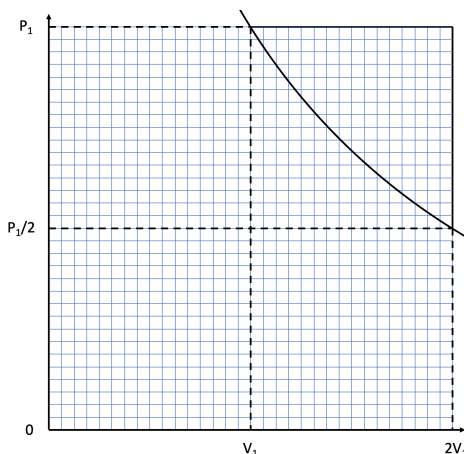
### Problema 3

Un volume  $V_1 = 0.8$  L di  $n$  moli di un gas ideale monoatomico a pressione  $P_1 = 4.0$  atm compie un ciclo termodinamico reversibile costituito da una trasformazione isobara che ne raddoppia il volume ( $V_2 = 2V_1$ ), seguita da una trasformazione isocora che ne dimezza la pressione ( $P_3 = P_2/2$ ) e da una isoterma che riporta volume e pressione ai valori iniziali. Si calcolino:

- i lavori  $\mathcal{L}_1$ ,  $\mathcal{L}_2$  e  $\mathcal{L}_3$  svolti o subiti dal gas nei tre rami del ciclo;
- i calori  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$  trasferiti dal o al gas nei tre rami del ciclo;
- il rendimento  $\eta$  del ciclo.

Svolgimento:

Facciamo riferimento alla figura:



- Il lavoro svolto dal gas nella prima trasformazione è dato dall'area rettangolare sottesa dalla curva:

$$\mathcal{L}_1 = P_1 V_1 = 3.20 \text{ L} \cdot \text{atm} = 324 \text{ J.}$$

Il lavoro nella trasformazione isocora è nullo:

$$\mathcal{L}_2 = 0$$

Il lavoro subito dal gas nella terza trasformazione si ottiene come

$$\mathcal{L}_3 = \int_3^1 P dV = nRT_1 \int_{V_3}^{V_1} \frac{dV}{V} = P_1 V_1 \ln \frac{1}{2} = -2.22 \text{ L} \cdot \text{atm} = -225 \text{ J}$$

dove si è usata l'equazione di stato dei gas perfetti con  $R$  la costante universale dei gas.

- Notando che nella prima trasformazione la temperatura finale è doppia di quella iniziale ( $T_2 = 2T_1$ ), il calore assorbito dal gas nella prima trasformazione è

$$Q_1 = nc_P(T_2 - T_1) = n \frac{5}{2} RT_1 = \frac{5}{2} P_1 V_1 = 8.0 \text{ L} \cdot \text{atm} = 811 \text{ J}$$

Il calore ceduto dal gas nella seconda trasformazione è

$$Q_2 = nc_V(T_3 - T_2) = -n \frac{3}{2} RT_1 = -\frac{3}{2} P_1 V_1 = -4.80 \text{ L} \cdot \text{atm} = -486 \text{ J}$$

Notando che nella terza trasformazione le temperature iniziale e finale coincidono e che quindi la variazione di energia interna  $\Delta U_3$  è nulla, si ha che il calore ceduto dal gas in questa trasformazione è uguale al lavoro subito

$$Q_3 = \mathcal{L}_3 = -2.22 \text{ L} \cdot \text{atm} = -225 \text{ J.}$$

- Il rendimento è quindi

$$\eta = \frac{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3}{Q_1} = \frac{1 + \ln(1/2)}{5/2} = 12.3\%$$