Università degli Studi di Siena, Corso di Laurea in Biotecnologie
Prova d'esame di Fisica nelle Scienze della Vita – 22/02/2019

Nota: la valutazione della prova tiene conto della correttezza dei risultati analitici e numerici (attenzione ai segni, alle cifre significative ed alle unità di misura!) e della chiarezza dell'esposizione della soluzione. Spiegare sinteticamente la strategia di soluzione seguita, giustificare i principali passaggi e definire esplicitamente i simboli usati, anche con l'aiuto di figure (sistemi di riferimento, ecc.)

Problema 1

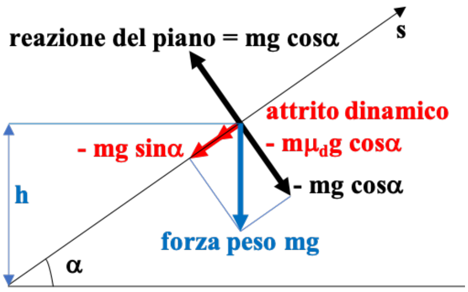
Un corpo è lanciato lungo una rampa inclinata di un angolo $\alpha = 35°$ sull'orizzontale verso l'alto con una velocità iniziale $v_{\text{in}} = 6.0$ m/s. Se i coefficienti di attrito dinamico e statico sono rispettivamente $\mu_d = 0.20$ e $\mu_s = 0.50$

a) si calcoli l'altezza massima h_{max} raggiunta dal corpo;

b) si disegni il diagramma di corpo libero del corpo nell'istante in cui arriva in h_{max};

c) si calcoli la velocità v_{fin} con la quale il corpo ripassa per il punto di partenza.

Svolgimento:
a) Facciamo riferimento alla figura:



L'altezza del corpo è legata allo spazio s percorso dal corpo lungo il piano inclinato da $h = s \sin\alpha$. Lo spazio totale percorso dal corpo può essere determinato in modo semplice dal teorema delle forze vive:

$$s_{\text{max}} = -\frac{v_{\text{in}}^2}{2a}$$

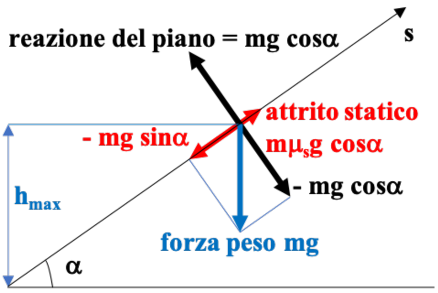
dove l'accelerazione a del corpo lungo la traiettoria è

$$a = -g\sin\alpha - \mu_d g\cos\alpha$$

con $g = 9.81$ m/s^2. Si ha quindi

$$h_{\text{max}} = \frac{v_{\text{in}}^2}{2g(\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha)}\sin\alpha = 1.43 \text{ m}$$

b)



c) Applichiamo di nuovo il teorema delle forze vive:

$$v_{\text{fin}} = -\sqrt{2g(\sin\alpha - \mu_d\cos\alpha)s_{\max}} = -v_{\text{in}}\sqrt{\frac{\sin\alpha - \mu_d\cos\alpha}{\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha}} = -4.47\ \text{m/s}.$$

Problema 2

Da un rubinetto di sezione $S_r = 5.0\ \text{cm}^2$ esce acqua con velocità $v_r = 4.0\ \text{m/s}$. Il tubo che porta l'acqua al rubinetto ha sezione $S_t = 10\ \text{cm}^2$ e si trova quattro metri più in basso del rubinetto. Assumendo che l'acqua sia un fluido ideale si calcoli:

a) la portata di volume Q_r del rubinetto;

b) la pressione P_r dell'acqua nel rubinetto;

c) la pressione P_t dell'acqua nel tubo in basso.

Svolgimento:

a)

$$Q_r = S_r v_r = 2.0\ \text{L/s}.$$

b) La pressione P_r è uguale alla pressione atmosferica.

c) Applicando il teorema di Bernoulli

$$P_t = \frac{1}{2}\rho v_r^2 - \frac{1}{2}\rho v_t^2 + \rho g z + P_r = 147\ \text{kPa} = 1.45\ \text{atm}$$

dove la densità dell'acqua è $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$, v_t, la velocità dell'acqua nel tubo, è la metà di v_r per la costanza della portata, $g = 9.81\ \text{m/s}^2$, $z = 4.0$ m è la quota del rubinetto rispetto al condotto che lo alimenta e si è assunto che la pressione atmosferica sia pari a 101 kPa.

Problema 3

Ad una massa $m = 3.0$ g di elio gassoso alla temperatura $t_{\text{in}} = 20°\text{C}$, che occupa inizialmente un volume $V_{\text{in}} = 8.0$ L, è trasferito il calore $Q = 1000$ J. Si calcoli

a) la pressione iniziale P_{in};

b) il volume finale V_{fin} se il processo avviene a pressione costante;

c) la pressione finale P_{fin} se il processo avviene a volume costante.

Svolgimento:

a) Dall'equazione di stato dei gas perfetti

$$P_{\text{in}} = \frac{nR(t_{\text{in}} + 273°)}{V_{\text{in}}} = \frac{\frac{m}{M_{\text{He}}}R(t_{\text{in}} + 273°)}{V_{\text{in}}} = 228\ \text{kPa} = 2.25\ \text{atm}$$

dove $R = 8.31$ J/(mol·K) e $M_{\text{He}} = 4$ g/mol è la massa molare dell'elio.

b) A pressione costante, l'incremento di temperatura è

$$\Delta t_P = \frac{Q}{nC_P} = \frac{Q}{\frac{m}{M_{\text{He}}}\frac{5}{2}R} = 64.2°\text{C}$$

e quindi

$$V_{\text{fin}} = V_{\text{in}}\left(1 + \frac{\Delta t_P}{t_{\text{in}} + 273°}\right) = V_{\text{in}}\left[1 + \frac{Q}{\frac{m}{M_{\text{He}}}\frac{5}{2}R(t_{\text{in}} + 273°)}\right] = 9.75\ \text{L}$$

c) mentre a volume costante

$$\Delta t_V = \frac{Q}{nC_V} = \frac{Q}{\frac{m}{M_{\text{He}}}\frac{3}{2}R} = 107°\text{C}$$

e quindi

$$P_{\text{fin}} = P_{\text{in}}\left(1 + \frac{\Delta t_V}{t_{\text{in}} + 273°}\right) = \frac{1}{V_{\text{in}}}\left[\frac{m}{M_{\text{He}}}R(t_{\text{in}} + 273°) + \frac{2}{3}Q\right] = 312\ \text{kPa} = 3.08\ \text{atm}.$$