

The background features a light teal color with a series of curved, dashed lines representing electric field lines. These lines originate from a row of five circles at the top, each containing a central dot, representing negative charges. The lines curve downwards and then curve back up towards a second row of five circles at the bottom, each containing a central cross, representing positive charges. The overall pattern illustrates the attractive force between opposite charges.

TEST DELLA LEGGE DI COULOMB

ANDREA ANSEMI

CdL Fisica e Tecnologie Avanzate
Università di Siena A.A. 2019-20

INTRODUZIONE

La dipendenza dell'intensità della forza di Coulomb da $1/r^2$ è un'osservazione sperimentale estremamente ben verificata.

Ha conseguenze importantissime nello sviluppo della teoria dell'elettromagnetismo ed è stata storicamente la prima legge quantitativa a descrivere i fenomeni elettrostatici.

E' una conseguenza diretta di una proprietà quantistica fondamentale: l'assenza di massa della particella associata alla propagazione delle onde elettromagnetiche (il fotone).

Nella teoria attuale, fornita dalle equazioni di Maxwell, il fotone è privo di massa e si propaga (nel vuoto) a velocità sempre costante pari a circa $c = 299\,792\text{ km/s}$

MASSA DEI FOTONI

Se si ipotizza che il fotone abbia massa:

1. Cambiano le equazioni di Maxwell (\rightarrow *equazioni di Proca*); in particolare il **Teorema di Gauss smette di valere** e il **potenziale** di una carica statica diminuisce **esponenzialmente** con la distanza (*potenziale di Yukawa*);

Campo elettrico e potenziale carica puntiforme

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\mu_\gamma}{r} \right) \exp(-\mu_\gamma r) \quad \phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \exp(-\mu_\gamma r)$$

2. I **fotoni hanno velocità variabili** in funzione della loro **energia** e quindi della loro lunghezza d'onda e frequenza;

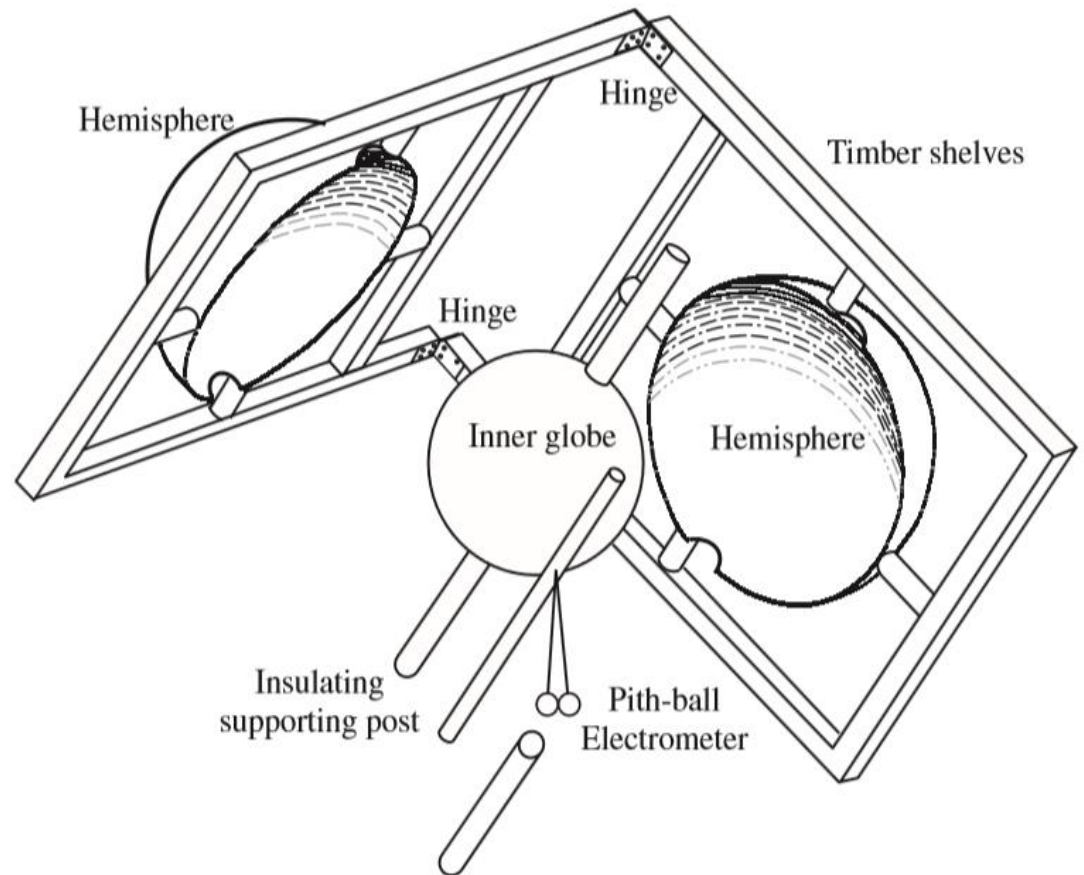
L'ESPERIMENTO DI CAVENDISH (1773)

Sfrutta l'effetto di **schermatura** dal **campo elettrostatico** riscontrabile nelle **cavità dei conduttori** (scoperto da **B. Franklin** (1755) e **J. Priestley** (1766)).

È una conseguenza del fatto che all'interno dei conduttori in equilibrio:

$$E = 0$$

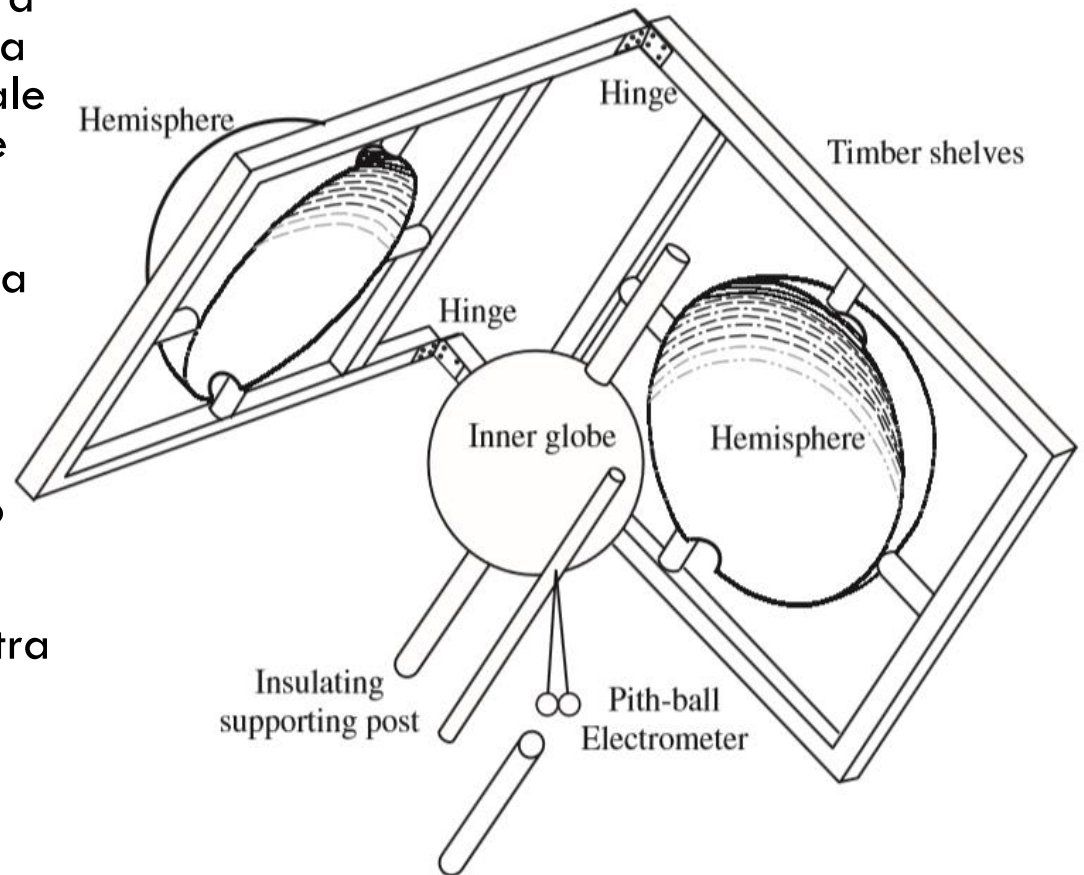
Ciò implica che, se vale il teorema di Gauss, l'interno della cavità risulta **completamente privo di cariche elettriche**.



L'ESPERIMENTO DI CAVENDISH (1773)

Cavendish (1731-1810) fu il primo a ideare un metodo indiretto di verifica della legge di Coulomb basato su tale principio. La procedura sperimentale era la seguente:

1. La sfera interna veniva racchiusa dal guscio metallico esterno e collegata a questo tramite un sottile filo conduttore.
2. Il guscio esterno veniva caricato elettricamente
3. Veniva rimosso il collegamento tra le sfere e il guscio esterno era aperto e scaricato
4. Infine si verificava l'eventuale presenza di cariche nella sfera interna.



L'ESPERIMENTO DI CAVENDISH (1773)

Risultato: nessuna carica nella sfera interna. Ne dedusse che la legge dell'elettrostatica era di tipo $1/r^2$ e che la forza tra cariche fosse di verso variabile (a differenza di quella gravitazionale solo attrattiva).

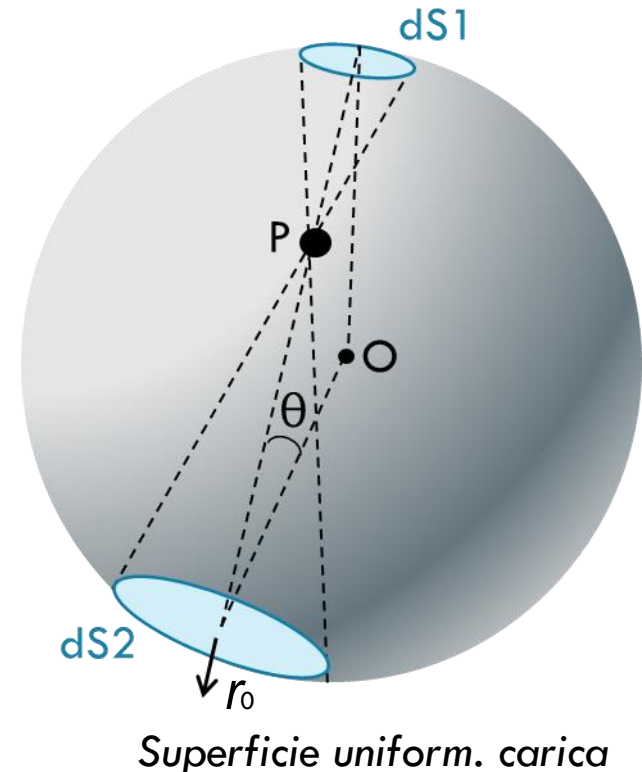
$$F_1 = -\frac{\sigma dS_1}{r_1^n} \mathbf{r}_0 \quad F_2 = \frac{\sigma dS_2}{r_2^n} \mathbf{r}_0$$

$$dF \propto \frac{\sigma dS_2}{r_2^n} \mathbf{r}_0 - \frac{\sigma dS_1}{r_1^n} \mathbf{r}_0$$

Considerando l'angolo solido:

$$d\Omega = \frac{dS_1 \cos \theta}{r_1^2} = \frac{dS_2 \cos \theta}{r_2^2}$$

$$\mathbf{F}_{\text{TOT}} = \frac{\sigma d\Omega}{\cos \theta} \left(\frac{1}{r_2^{n-2}} - \frac{1}{r_1^{n-2}} \right) \mathbf{r}_0$$



MAXWELL (1873)

La precisione raggiunta fu quantificata in termini di una possibile deviazione «q» dell'esponente rispetto a una dipendenza esattamente pari a $1/r^2$:

1. *Cavendish (1773)*: $q < 0,02$ massa fotone $< 1 \times 10^{(-40)} \text{ g}$
2. *Nel 1873 Maxwell (1831-1879)* fu il primo a **migliorare l'approccio sperimentale** (non aprì il guscio esterno ma lo scaricò a terra e usò un elettrometro migliore per testare la carica) e a calcolare la deviazione q in funzione delle caratteristiche geometriche dell'esperimento. Ottenne:

$$q < 1/21600$$

$$m_{\text{fotone}} < 5 \times 10^{(-42)} \text{ g}$$



L'apparato sperimentale usato da Maxwell

MIGLIORAMENTI SUCCESSIVI

I maggiori progressi successivi furono compiuti da S. Plimpton e W. Lawton nel 1936 e in seguito da Williams *et al.* nel 1971.

Table 2. Results of experimental tests of Coulomb's law and the photon rest mass.

Author (year)	Experimental scheme	Deviation q	Limits on m_γ g
Robison (1769)	Gravitational torque on a pivot arm	6×10^{-2}	4×10^{-40}
Cavendish (1773)	Two concentric metal shells	2×10^{-2}	1×10^{-40}
Coulomb (1785)	Torsion balance	4×10^{-2}	$\sim 10^{-39}$
Maxwell (1873)	Two concentric shells	5×10^{-5}	1×10^{-41}
Plimpton and Lawton (1936)	Two concentric shells	2×10^{-9}	3.4×10^{-44}
Cochran and Franken (1967)	Concentric cubical conductors	9.2×10^{-12}	3×10^{-45}
Bartlett <i>et al</i> (1970)	Five concentric shells	1.3×10^{-13}	3×10^{-46}
Williams <i>et al</i> (1971)	Five concentric icosahedrons	$(2.7 \pm 3.1) \times 10^{-16}$	1.6×10^{-47}
Fulcher (1985)	Improved result for Williams' experiment	$(1.0 \pm 1.2) \times 10^{-16}$	1.6×10^{-47}
Crandall (1983)	Three concentric icosahedrons	6×10^{-17}	8×10^{-48}
Ryan <i>et al</i> (1985)	Cryogenic experiment		$(1.5 \pm 1.4) \times 10^{-42}$

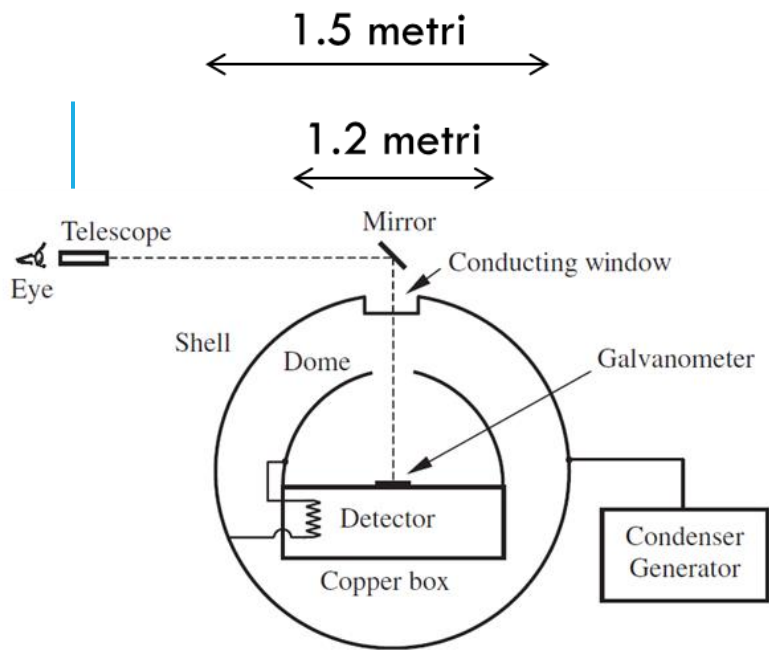


Figure 7. Experimental arrangement used by Plimpton and Lawton in 1936 for testing the inverse square law of the force between charges. The outer shell was formed from two approximately hemispherical shells, while the inner one consisted of a (lower) copper box containing the detector and a hemispherical dome above it. A specially designed condenser generator generated a 3000 V signal, which was applied to the outer shell. Any movement of the galvanometer is monitored by the mirror and the telescope through the conducting window.

Nell'apparato sperimentale progettato dai fisici E. Williams, J. Faller e H. Hill nel 1971 furono usati al posto delle due sfere cinque icosaedri concentrici per aumentare l'effetto di schermatura: tra i due gusci più esterni era applicata una d.d.p. oscillante di 10KV. Grazie a una serie di amplificatori di segnale era possibile misurare un'eventuale d.d.p. tra i due icosaedri interni con una sensibilità di 10^{-12} V.

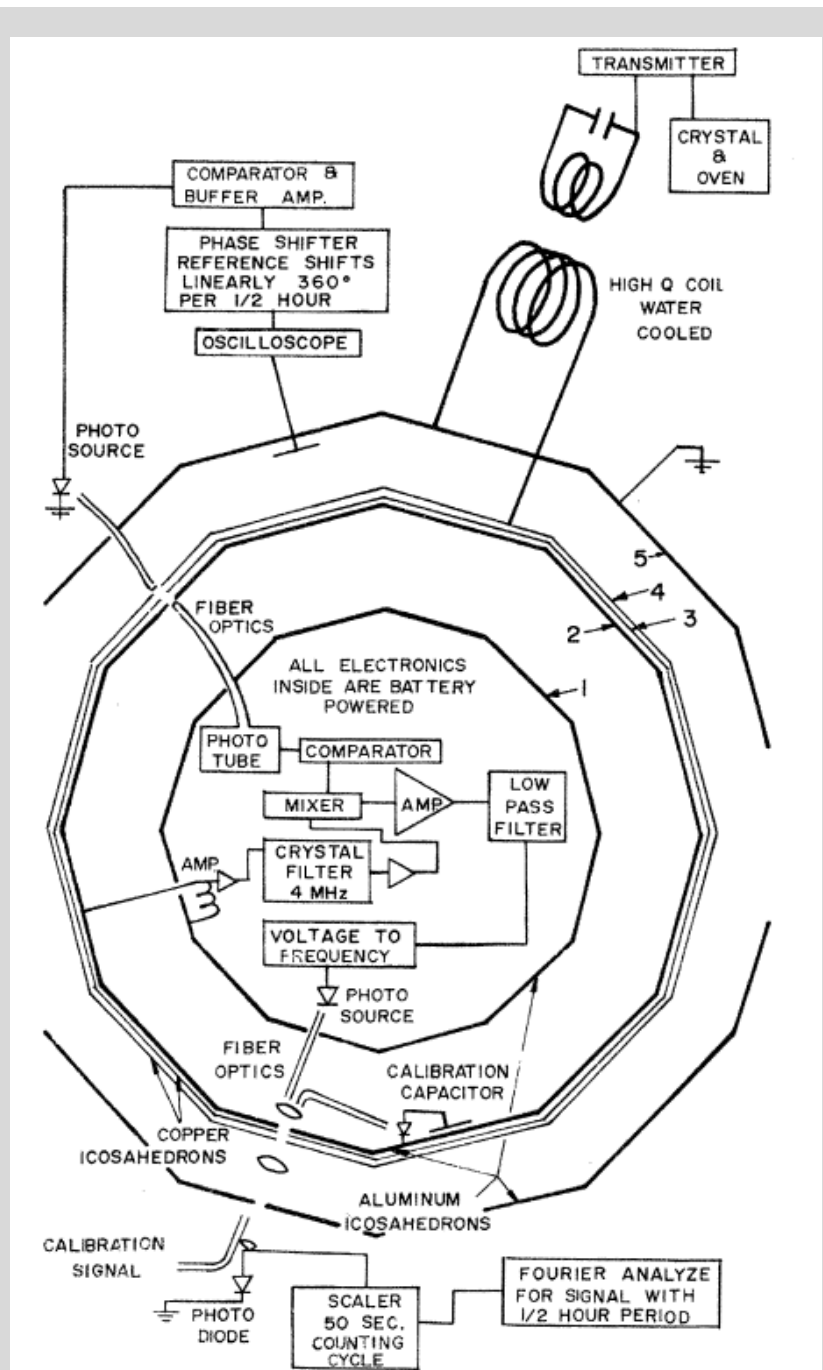


Table 1. Upper bounds on the dispersion of the speed of light in different ranges of the electromagnetic spectrum, and the corresponding limits on the photon mass.

Author (year)	Type of measurement	Wavelength (energy or frequency) range	$\frac{\Delta c}{c}$	Limits on m_γ g
Ross <i>et al</i> (1937)	Radio waves transmission overland	20–120 m	0.05	5.9×10^{-42}
Mandelstam and Papalex (1944)	Radio waves transmission over sea	230–345 m	7×10^{-4}	5.0×10^{-43}
Al'pert <i>et al</i> (1941)	Radio waves transmission over sea	300–450 m	7×10^{-4}	2.5×10^{-43}
Florman (1955)	Radio-wave interferometer	172.8 MHz– 10^{15} Hz	10^{-5}	5.7×10^{-42}
Lovell <i>et al</i> (1964)	Pulsar observations on four flare stars	$0.54 \mu\text{m}$ –1.2 m	4×10^{-7}	1.6×10^{-42}
Froome (1958)	Radio-wave interferometer	72 GHz	3.3×10^{-7}	4.3×10^{-40}
Warner <i>et al</i> (1969)	Observations on Crab Nebula pulsar	0.35 – $0.55 \mu\text{m}$	5.0×10^{-17}	5.2×10^{-41}
Brown <i>et al</i> (1973)	Short pulses radiation	eV–GeV	1.8×10^{-6}	1.4×10^{-33}
Bay <i>et al</i> (1972)	Pulsar emission	Microwave to ultraviolet	1×10^{-20}	3×10^{-46}
Schaefer (1999)	Gamma ray bursts (GRB980703)	5.0×10^9 – 1.2×10^{20} Hz	6.6×10^{-13}	4.2×10^{-44}
	Gamma ray bursts (GRB930229)	7.2×10^{18} – 4.8×10^{19} Hz	6.3×10^{-21}	6.1×10^{-39}

Author (year)	Physical phenomena investigated	Bounds on m_γ g
De Broglie (1940)	Dispersion of starlight (binary stars)	8×10^{-40}
Bass and Schrödinger (1955)	External fields (geomagnetic fields)	2×10^{-47}
Yamaguchi (1959)	Scale of hydro-magnetic turbulences in Crab Nebula	4×10^{-55}
Gintsburg (1963)	Altitude-dependence of massive photon geomagnetic fields	3×10^{-48}
Patel (1965)	Dispersion of hydromagnetic waves (in Earth's magnetosphere)	4×10^{-47}
Goldhaber and Nieto (1968)	External fields (geomagnetic fields) Altitude-dependence of massive photon geomagnetic fields	4×10^{-48} $(8-10) \times 10^{-48}$
Feinberg (1969)	Dispersion of starlight (NP0532)	10^{-44}
Williams and Park (1971)	Dissipation of large-scale magnetic fields in Galaxy	3.4×10^{-56}
Goldhaber and Nieto (1971)	Stability of plasma in Galaxy	4×10^{-53}
Byrne and Burman (1972)	Re-examination of Williams and Park's results	4×10^{-50}
Byrne and Burman (1973)	Stability of plasma in Galaxy (for hot intercloud medium) Stability of plasma in Galaxy (for cool intercloud medium)	10^{-52} 4×10^{-53}
Lowenthal (1973)	Gravitational defection for radio source 3C 270	7×10^{-40}
Hollweg (1974)	Dispersion of hydromagnetic waves (in interplanetary medium)	1.3×10^{-48}
Davis <i>et al</i> (1975)	External fields (Jovian magnetic fields)	8×10^{-49}
Byrne and Burman (1975)	Mean mass density of the galactic disc	10^{-51}
Barnes and Scargle (1975)	Dispersion of hydromagnetic waves (in Crab Nebula)	3×10^{-54} – 3×10^{-53}
Chibisov (1976)	Analysis of the mechanical stability of the magnetized gas	3×10^{-60}
de Bernardis <i>et al</i> (1984)	Investigation on the spectral behaviour of the cosmic background dipole anisotropy	$(2.9 \pm 0.1) \times 10^{-51}$
Fischbach <i>et al</i> (1994)	External fields (geomagnetic fields)	1×10^{-48}
Ryutov (1997)	Analysis of the solar-wind magnetic fields	10^{-49}
Goldhaber and Nieto (2003)	Stability of plasma in Coma cluster	10^{-52}
Accioly and Paszko (2004)	Gravitational defection of radio waves	10^{-40}

BIBLIOGRAFIA

CON COLLEGAMENTO ALLE RISORSE ON-LINE

A. GOLDBABER - M. NIETO, [*La massa del fotone*](#), «Le Scienze», 97, Settembre 1976, pp. 50-60

Per una trattazione più approfondita dei test e della formulazione della teoria elettromagnetica collegata al fotone massivo:

F. LOCAVA, *Test of the Coulomb's Law and Limits on the Mass of the Photon*, «Classical Electrodynamics», Cap. 11, Springer, 2016, pp. 161-172

GOLDBABER - NIETO, [*Terrestrial and extraterrestrial Limits on the photon mass*](#), «Reviews of Modern Physics» vol. 43 n°3, 1971, pp. 277-296

Un aggiornamento recente degli stessi autori è il seguente: [*Photon and graviton mass limits*](#), «Rev. Mod. Phys.» vol. 82 n°1, 2010, pp. 939-979

Articoli più specifici sulla legge di Coulomb con cenni alla teoria elettromagnetica del fotone massivo:

L. TU, [*Experimental tests of Coulomb's Law and the photon rest mass*](#), «Metrologia», 41, 2004, pp. 136-146

L. TU – J. LUO – G. GILLIES, [*The mass of the photon*](#), «Reports on Progress in Physics», 68, 2005, pp. 77-130

Articoli originali sugli esperimenti citati nel testo:

J. MAXWELL, [*On the proof of the law of the inverse square*](#), «Treatise on Electricity and Magnetism», Vol 1, Oxford, 1881, pp. 76 e seg.

PLIMPTON – LAWTON, [*A very accurate test of Coulomb's Law of forces between charges*](#), «Physical Review», 50, 1936, pp. 1066-1071

WILLIAMS – FALLER – HILL, [*New experimental test of Coulomb's Law*](#), «Phys. Rev. Lett.», 26, n°12, 1971, pp. 721-724