Università degli Studi di Siena, Corso di Laurea in Fisica
Prova d'esame di Fisica 2 – 03/02/2020

Nota: la valutazione della prova tiene conto della correttezza dei risultati analitici e numerici (attenzione ai segni, alle cifre significative ed alle unità di misura!) e della chiarezza dell'esposizione della soluzione. Spiegare sinteticamente la strategia di soluzione seguita, giustificare i principali passaggi e definire esplicitamente i simboli usati, anche con l'aiuto di figure (sistemi di riferimento, ecc.)

Esercizio 1

Il campo elettrico terrestre alla quota h è radiale diretto verso il suolo: $E_0 = -130$ V/m a $h_0 = 0$, $E_1 = -40$ V/m a $h_1 = 1$ km. Schematizzando la terra come una sfera conduttrice di raggio R_T circondata da un guscio sferico di spessore h_1 con densità costante di carica di volume, si calcoli:

a) la densità di carica superficiale σ presente sulla superficie della terra;

b) la carica totale Q presente in atmosfera tra le quote h_0 e h_1;

c) la differenza di potenziale ΔV tra le quote h_0 e h_1.

Svolgimento:

a)

$$\sigma = \epsilon_0 E_0 = -1.15 \times 10^{-9}\ \mathrm{C/m^2};$$

b) con $R_T = 6.38 \times 10^3$ km

$$Q = -\frac{E_0 - E_1}{E_0}\,\sigma\, 4\pi R_\mathrm{T}^2 = \epsilon_0 (E_1 - E_0)\, 4\pi R_\mathrm{T}^2 = 4.07 \times 10^5\ \mathrm{C};$$

c) essendo il campo elettrico E lineare con la quota h

$$\Delta V = \int_{h_0}^{h_1} E(h)\, dh = \int_{h_0}^{h_1} \left(E_0 + \frac{E_1 - E_0}{h_1 - h_0} h \right) dh = \frac{E_0 + E_1}{2} h_1 = -85\ \mathrm{kV}.$$

Esercizio 2

Due nastri conduttori piani di un materiale di resistività $\rho = 10^{-7}\ \Omega\cdot$m, di spessore $\delta = 1$ mm, altezza $\Delta y = 20$ cm e lunghezza $\Delta z \gg \Delta y$ sono affacciati a distanza $\Delta x = 1$ cm. Un estremo dei nastri è mantenuto alla differenza di potenziale ΔV, mentre all'altro estremo i due nastri sono collegati elettricamente da un filo di resistenza trascurabile. Supponendo che le linee di corrente siano uniformemente distribuite sulla sezione dei conduttori si determini:

a) il vettore campo elettrico $\vec{E}$ nel piano mediano tra i due nastri;

b) la corrente di superficie J nei due nastri e il vettore campo magnetico $\vec{B}$ tra di essi;

c) il valore di Δz per il quale una particella di carica q che attraversa longitudinalmente lo spazio tra i due conduttori con velocità $v_z = 10^4$ m/s non subisce una deflessione ma solo uno spostamento laterale. Si trascuri l'effetto della carica q sulla configurazione dei campi.

Svolgimento:

a) nel piano mediano il campo elettrico è diretto secondo x nel verso dal conduttore positivo a quello negativo. Il suo valore dipende dalla coordinata z:

$$E_x(z) = \frac{\Delta V}{\Delta x} \frac{\Delta z - z}{\Delta z};$$

b)

$$J = \Delta V \frac{\delta}{\rho\, 2\Delta z}.$$

Il campo magnetico è uniforme e diretto secondo y nel verso dato dalla regola della mano destra

$$B_y = \mu_0 J;$$

c) la forza sulla particella è data dalla forza di Lorentz

$$F_x(z) = qE_x(z) - qv_zB_y.$$

Affinché la deflessione sia nulla deve valere

$$qE_x(0) = 2qv_zB_y$$

in modo che la deflessione accumulata nella prima metà del percorso sia compensata da quella della seconda metà. L'equazione precedente si scrive quindi come

$$\Delta z = \frac{\mu_0}{\rho} v_z \delta \Delta x = 1.26 \text{ m}$$

Esercizio 3

Un tubo cilindrico di rame di raggio $R = 10$ cm, lunghezza $\Delta z = 10$ cm, spessore $\delta = 1$ mm è immerso in un campo magnetico oscillante parallelo all'asse del cilindro $B_z = B_0 \cos \omega t$ con $B_0 = 0.1$ T e $\omega = 314$ rad/s. Trascurando gli effetti dell'autoinduzione si calcoli:

a) la forza elettromotrice $\mathcal{E}(t)$ che agisce sul rame del tubo;

b) la densità di corrente $j(t)$ nella parete del tubo;

c) la potenza efficace P_{eff} dissipata nel tubo a causa delle variazioni del campo magnetico.

Svolgimento:

a) la legge di Faraday su una circonferenza del cilindro si scrive

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{\partial \Phi(B)}{\partial t} = \pi R^2 \omega B_0 \sin \omega t = \mathcal{E}_0 \sin \omega t \qquad \mathcal{E}_0 = 986 \text{ mV};$$

b)

$$j(t) = \sigma_{\text{Cu}} E(t) \qquad E(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{2\pi R} = \frac{\omega B_0 R}{2} \sin \omega t$$

dove $E(t)$ è il campo elettrico e $\sigma_{\text{Cu}} \approx 6 \times 10^7 \ \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ è la conducibilità del rame. Si ha quindi

$$j(t) = \sigma_{\text{Cu}} \frac{\omega B_0 R}{2} \sin \omega t = j_0 \sin \omega t \qquad j_0 = 9.42 \times 10^6 \text{ A/m}^2$$

c)

$$P_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \mathcal{E}_0 \, j_0 \delta \Delta z = \frac{\sigma_{\text{Cu}} R^2 \omega^2 B_0^2}{8} \, 2\pi R \delta \Delta z = 4.65 \text{ kW}$$